В. М. Бадков

Екатеринбург, Vladimir.Badkov@imm.uran.ru

ПОТОЧЕЧНЫЕ ОЦЕНКИ МНОГОЧЛЕНОВ, ОРТОГОНАЛЬНЫХ НА ОКРУЖНОСТИ

Рассмотрим систему многочленов $\{\varphi_n(z)\}_{n=0}^{\infty}$, ортонормированную на окружности $|z| = 1$ с весом $\varphi(\tau)$, и соответствующую функцию Сегё

$$\pi(\varphi; z) := \exp\left\{-\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} \frac{e^{i\tau}+z}{e^{i\tau}-z} \ln\varphi(\tau)\, d\tau\right\} \quad (|z| < 1).$$

В работах [1] – [3] установлены теоремы, дающие ответ на вопрос о том, для каких весов φ и показателей $j \in \mathbb{Z}_+$ имеет место одно (или оба) из неравенств

$$|\varphi_n^{(j)}(e^{i\tau})| \leqslant C_1(\varphi; j) n^j |\pi(\varphi; (1-(2n)^{-1})e^{i\tau})| \quad (n \in \mathbb{N}, \tau \in \mathbb{R}), \quad (1)$$

$$|\varphi_n^{(j)}(e^{i\tau})| \geqslant C_2(\varphi; j) n^j |\pi(\varphi; (1-(2n)^{-1})e^{i\tau})| \quad (n > j, \tau \in \mathbb{R}) \quad (2)$$

с положительными константами $C_1(\varphi; j)$ и $C_2(\varphi; j)$. Основным результатом настоящего сообщения является

Теорема. *Пусть*

$$\varphi(\tau) := h(\tau)|\sin(\tau/2)|^{-1} g(|\sin(\tau/2)|) \quad (\tau \in \mathbb{R}),$$

где $g(t)$ — вогнутый модуль непрерывности, медленно меняющийся в окрестности нуля, для которого

$$t^{-1}g(t) \in L^1[0,1]; \quad 0 < h(\tau) \in C_{2\pi},$$

$$\omega(h;\tau)\tau^{-1} \in L^1[0,1], \quad \omega(h;\delta) := \sup_{|\lambda|\leqslant\delta} \|h(\cdot+\lambda) - h(\cdot)\|_\infty.$$

Тогда при $j \in \mathbb{N}$ справедливы оба неравенства (1) *и* (2). *При $\tau = j = 0$* (2) *не выполняется. При $j = 0$ справедливы неравенства*

$$0 < C_3(\varphi)\rho_n(\tau) \leqslant |\varphi_n(e^{i\tau})| \leqslant C_4(\varphi)\rho_n(\tau) \quad (n \in \mathbb{N},\ \tau \in \mathbb{R}),$$

где

$$\rho_n(\tau) := \mu_n + \frac{|\sin(\tau/2)|}{(|\sin(\tau/2)| + n^{-1})^{1/2}[g(|\sin(\tau/2)| + n^{-1})]^{1/2}},$$

$$\mu_n := n^{-1/2}[g(n^{-1})]^{1/2}[G(n^{-1})]^{-1}, \quad G(t) := \int_0^t g(u)u^{-1}\,du.$$

Заметим, что теорема не выводится непосредственно из результатов работ [1] - [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Бадков В. М. *Асимптотические и экстремальные свойства ортогональных полиномов при наличии особенностей у веса* // Тр. МИРАН. - 1992. - Т. 198. - С. 41–88.

2. Бадков В. М. *Асимптотика многочленов второго рода и двусторонние поточечные оценки их производных* // Тр. ИММ УрО РАН. - 1992. - Т. 1. - С. 71–83.

3. Бадков В.М. *Поточечные оценки снизу модулей производных многочлена, ортогонального на окружности с весом, имеющим особенности* // Матем. сборник. - 1995.- Т. 186. - № 6. - С. 3–14.